

Liceul „Regina
Maria” Dorohoi
Avizat, Director
PROF.

.....

I.S.J. Botoșani
Avizat, Inspector
de specialitate
PROF.

.....

ECUAȚII, INECUAȚII ȘI SISTEME

**PROGRAMĂ DE CURS OPȚIONAL CA DISCIPLINĂ
NOUĂ**

**Opțional elaborat în cadrul Proiectului de Acreditare
Erasmus+**

**Nr. de referință 2022-1-RO01-KA121-SCH-000051974
finanțat de Uniunea Europeană în cadrul Programului
ERASMUS+**

PROFESOR: Hrițcu Cristian

CLASA: a XII-a, profil real, specializarea științele-naturii

TIPUL DE OPȚIONAL: Opțional ca disciplină nouă

DURATA: 1 an

NR. DE ORE / SĂPTĂMÂNĂ: 1 oră / săptămână

AN ȘCOLAR: 2023-2024

Cuprins

1 NOTĂ DE PREZENTARE	2
2 COMPETENȚE GENERALE	2
3 COMPETENȚE SPECIFICE ȘI CONȚINUTURI	3
4 TIPURI DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	4
5 SUGESTII METODOLOGICE	4
6 VALORI ȘI ATITUDINI	5
7 MODALITĂȚI DE EVALUARE	5
8 PLANIFICARE CALENDARISTICĂ	6
Bibliografie	7

1 NOTĂ DE PREZENTARE

Integrarea noilor tehnologii la disciplina matematică este esențială deoarece dezvoltă capacitatea de a utiliza resursele (calculatoare, software de simulare, Internet) pentru activități de învățare, pentru crearea de noi resurse necesare învățării. Utilizarea TIC la disciplina matematică realizează diversificarea strategiilor didactice, permițând elevului accesul la informații structurate variat, prezentate în diferite modalități de vizualizare.

Se știe că nu se poate înțelege, învăța și consolida matematica numai prin însușirea unor cunoștințe teoretice, fără aplicații ale acestora. Teoria se fixează și se aprofundează numai prin rezolvarea unui număr cât mai mare de exerciții și probleme. Aprofundarea cunoștințelor de matematică presupune și demonstrații, folosirea teoremelor învățate în soluționarea unor probleme cu caracter practic.

Disciplina opțională „ECUAȚII, INECUAȚII ȘI SISTEME” va asigura dobândirea de către elevi a deprinderilor de informare din surse disponibile pe internet și de autoinstruire prin intermediul softurilor educaționale, deprinderi necesare unor activități cu caracter aplicativ utile în rezolvarea de probleme.

Softul gratuit GEOGEBRA este un auxiliar deosebit de util în predarea matematicii. Este intuitiv, interactiv și îi ajută pe elevi să înțeleagă mai bine proprietățile funcțiilor, să realizeze grafice de funcții care pot fi modificate dinamic și să vizualizeze rădăcinile ecuațiilor și a inecuațiilor.

Parcurgând conținuturile și desfășurând activitățile recomandate în programa acestei discipline opționale, elevul își va dezvolta deprinderea de a lucra individual și în grup, va fi educat pentru realizarea de produse utilizabile, își va dezvolta spiritul inventiv și creator, abilitățile de analiză a problemelor, găsirea de soluții optime în rezolvarea problemelor.

Conținuturile programei de opțional oferă elevilor posibilitatea de a aprofunda și clarifica anumite noțiuni matematice, contribuind astfel la o mai bună pregătire în vederea susținerii examenului de bacalaureat și, eventual, a admiterii în învățământul superior.

2 COMPETENȚE GENERALE

1. Folosirea corectă a terminologiei specifice matematicii în contexte variate de aplicare.
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural sau contextual cuprinse în enunțuri matematice.
3. Utilizarea corectă a algoritmilor matematici pentru în rezolvarea de probleme cu diferite grade de dificultate.
4. Exprimarea și redactarea corectă în limbaj formal sau în limbaj cotidian, a rezolvării sau strategiilor de rezolvare a unei probleme.
5. Analiza unei situații problematice și determinarea ipotezelor necesare pentru optimizarea soluțiilor.
6. Generalizarea unor proprietăți prin modificarea contextului inițial de definire a problemei sau prin îmbunătățirea sau generalizarea algoritmilor.

3 COMPETENȚE SPECIFICE ȘI CONȚINUTURI

COMPETENȚE SPECIFICE	CONȚINUTURI
<p>1.Exprimarea relațiilor de tip funcțional în diverse moduri</p> <p>2.Prelucrarea informațiilor ilustrate prin graficul unei funcții în scopul deducerii unor proprietăți algebrice ale acesteia (monotonie, bijectivitate, semn, continuitate, convexitate)</p> <p>3.Utilizarea de proprietăți ale funcțiilor în calcule și aproximări, prin metode diverse</p> <p>4.Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete ce se pot descrie printr-o funcție de o variabilă</p> <p>5.Interpretarea unor probleme de calcul în vederea optimizării rezultatului</p> <p>6.Utilizarea echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasaarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații.</p>	<p>Funcții și ecuații</p> <ul style="list-style-type: none">• Funcția putere cu exponent natural $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{D}, f(x) = x^n, n \in \mathbf{N}$ și $n \geq 2$• Funcția radical $f: \mathbf{D} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \sqrt[n]{x}, n$ din \mathbf{N} și $n = 2, 3$, unde $\mathbf{D} = [0, \infty)$ pentru n par și $\mathbf{D} = \mathbf{R}$ pentru n impar. Radical dintr-un număr rațional (de ordinul 2 sau 3), proprietăți ale radicalilor.• Funcția exponențială $f : \mathbf{R} \rightarrow (0; \infty), f(x) = a^x, a \in (0; \infty), a \neq 1$• Funcția logaritmică $f : (0; \infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \log_a x, a \in (0; \infty), a \neq 1$, creștere exponențială, creștere logaritmică .• Funcții trigonometrice directe și inverse.• Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă.• Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:<ol style="list-style-type: none">1. Ecuații și inecuații exponențiale2. Ecuații și inecuații logaritmice;3. Ecuații și inecuații trigonometrice;4. Sisteme de ecuații exponențiale;5. Sisteme de ecuații logaritmice. <p>Notă: Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația $f(x)=0$, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, concavitate/convexitate.</p>

COMPETENȚE SPECIFICE	CONȚINUTURI
1. Identificarea unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces specific domeniului economic sau tehnic 2. Asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces 3. Aplicarea algoritmilor de calcul în situații practice 4. Rezolvarea unor ecuații și sisteme utilizând algoritmi specifici 5. Stabilirea unor condiții de existență și/sau compatibilitate a unor sisteme și identificarea unor metode adecvate de rezolvare a acestora 6. Optimizarea rezolvării unor probleme sau situații-problemă prin alegerea unor strategii și metode adecvate (de tip algebric, vectorial, analitic, sintetic)	Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare Sisteme de ecuații liniare • Matrice inversabile din $M_n(C)$, $n \leq 4$ • Ecuații matriceale. • Sisteme liniare cu cel mult 4 necunoscute, sisteme de tip Cramer, rangul unei matrice. Studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor: proprietatea Kroneker-Capelli, proprietatea Rouche, metoda Gauss.

4 TIPURI DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE

- Recunoașterea și identificarea datelor unor probleme prin raportare la sisteme de comparare standard
- Prezentarea aplicației GeoGebra: bara meniurilor, bara de instrumente, prezentarea algebrică, suprafața de desenare; închiderea programului, salvarea fișierului, deschiderea unui fișier salvat / fișier nou.
- Prezentarea instrumentelor editorului MathType: paranteze, fracții, exponenți și indici, simboluri matematice
- Editarea textului: setarea dimensiunii, culorii, stilului textului
- Inserarea de simboluri matematice, paranteze, indici, fracții
- Utilizarea instrumentelor editorului MathType pentru redactarea exercițiilor cu expresii matematice care conțin operațiile studiate
- Exprimarea prin simboluri specifice a relațiilor dintr-o problemă
- Rezolvarea de probleme și situații-problemă
- Exprimarea rezultatelor rezolvării unei probleme în limbaj matematic
- Cunoașterea și utilizarea unor reprezentări variate ale opțiunilor studiate
- Alternarea prezentării conținuturilor cu moduri variate de antrenare a gândirii

5 SUGESTII METODOLOGICE

- aplicarea metodelor centrate pe elev, pe activizarea structurilor cognitive și operatorii ale elevilor, pe exersarea potențialului psihofizic al acestora, pe transformarea

elevului în coparticipant la propria instruire și educație;

- folosirea unor metode care să favorizeze relația nemijlocită a elevului cu obiectele cunoașterii, prin recurgere la modele concrete;
- accentuarea caracterului formativ al metodelor de instruire utilizate în activitatea de predare-învățare, acestea asumându-și o intervenție mai activă și mai eficientă în cultivarea potențialului individual, în dezvoltarea capacităților de a opera cu informațiile asimilate, de a aplica și evalua cunoștințele dobândite, de a investiga ipoteze și de a căuta soluții adecvate de rezolvare a problemelor sau a situațiilor-problemă;
- îmbinare și o alternanță sistematică a activităților bazate pe efortul individual al elevului (documentarea după diverse surse de informație, observația proprie, exercițiul personal, instruirea programată, experimentul și lucrul individual, tehnica muncii cu fișe etc.) cu activitățile ce solicită efortul colectiv (de echipă, de grup) de genul discuțiilor, asaltului de idei etc.;
- însușirea unor metode de informare și de documentare independentă, care oferă deschiderea spre autoinstruire, spre învățare continuă.

6 VALORI ȘI ATITUDINI

- manifestarea curiozității și a imaginației în crearea și rezolvarea de probleme
- manifestarea tenacității, a perseverenței și a capacității de concentrare
- dezvoltarea unei gândiri deschise, creative și a unui spirit de obiectivitate și imparțialitate
- dezvoltarea independenței în gândire și acțiune
- manifestarea inițiativei și a disponibilității de a aborda sarcini variate
- dezvoltarea simțului estetic și critic, a capacității de a aprecia rigoarea, ordinea și eleganța în arhitectura rezolvării unei probleme sau a construirii unei teorii
- formarea obișnuinței de a recurge la concepte și metode matematice în abordarea unor situații cotidiene sau pentru rezolvarea unor probleme practice
- formarea motivației pentru studierea matematicii ca domeniu relevant pentru viața socială și profesională.

7 MODALITĂȚI DE EVALUARE

- Observarea sistematică a activității elevilor
- Portofoliu
- Autoevaluare
- Teste de evaluare

8 PLANIFICARE CALENDARISTICĂ

Conținuturi	Săptămâna
FUNCȚIA EXPONENȚIALĂ	1
ECUAȚII EXPONENȚIALE	2
Ecuatii de tipul: $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, $a > 0, a \neq 1$	2
Ecuatii de tipul: $a^{f(x)} = b$, $a > 0, a \neq 1$	2
Ecuatii de tipul: $a_1^{f_1(x)} a_2^{f_2(x)} = b$, $a_i > 0, a_i \neq 1, i = 1, 2$	2
Ecuatii de tipul: $a^{f(x)} = b^{g(x)}$, $a, b > 0, a, b \neq 1$	3
Ecuatii de forma $[f(x)]^{g_1(x)} = [f(x)]^{g_2(x)}$.	3
Ecuatii exponențiale care se rezolvă prin descompunere în factori sau prin substituții	3
Ecuatii exponențiale cu soluție unică	4
INECUAȚII EXPONENȚIALE	5
Fișă de lucru	6
Test, Ecuatii și inecuații exponențiale	7
SISTEME DE ECUAȚII EXPONENȚIALE	8
Fișă de lucru	9
FUNCȚIA LOGARITMICĂ	10
ECUAȚII LOGARITMICE	11
Ecuatii de forma $\log_{g(x)} f(x) = a$, $a \in \mathbf{R}$.	11
Ecuatii de forma $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, $a > 0, a \neq 1$	11
Ecuatii de forma $\log_{g(x)} f(x) = \log_{g(x)} h(x)$.	12
Ecuatii de forma $\log_a \log_b f(x) = c$, $a, b > 0, a, b \neq 1$.	12
Ecuatii logaritmice ce conțin logaritmi în baze diferite	13
Ecuatii logaritmice cu soluție unică	14
INECUAȚII LOGARITMICE	15
Test, Ecuatii și inecuații logaritmice	16
SISTEME DE ECUAȚII LOGARITMICE	17
Fișă de lucru	18
FUNCȚII TRIGONOMETRICE	19
ECUAȚII TRIGONOMETRICE	20
Ecuatii fundamentale cu argument simplu	21
Ecuatii fundamentale cu argument compus	22
Ecuatii trigonometrice elementare	23
Ecuatii trigonometrice reductibile la ecuații algebrice	24
Ecuatii trigonometrice liniare	25
INECUAȚII TRIGONOMETRICE	26
Fișă de lucru, Inecuații trigonometrice	27
Test, Ecuatii și inecuații trigonometrice.	28
SISTEME DE ECUAȚII LINIARE	28
Fișă de lucru	29
Teste, Sisteme de ecuații liniare	30

Bibliografie

- [1] Ganga, M. *Ecuatii și inecuații exponențiale și logaritmice*, București, 1994
- [2] Burtea, M., Burtea, G. *Culegeri de probleme de matematică pentru clasele a IX-a, a X-a și a XI-a*, București, 2022
- [3] Andronache, M., Perianu, M., Șerbănescu, D., Ciupală, C. , Dumitrel, F. *Matematică pentru examenul de bacalaureat*, Clubul matematicienilor
- [4] Schneider, Ghe. *Culegere de probleme de matematica Clasele XI– XII*, Hyperion, 2005
- [5] Catană, A. *Observații metodologice și probleme de analiză matematică*, Târgoviște, 1985
- [6] Colecția „Gazeta Matematică”
- [7] <http://www.didactic.ro>